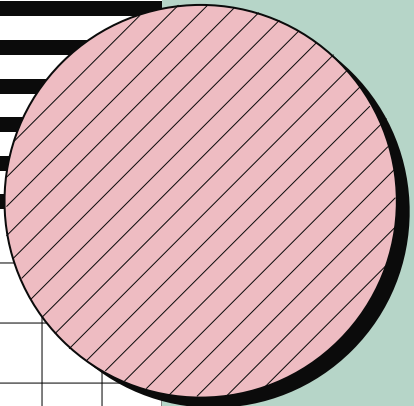
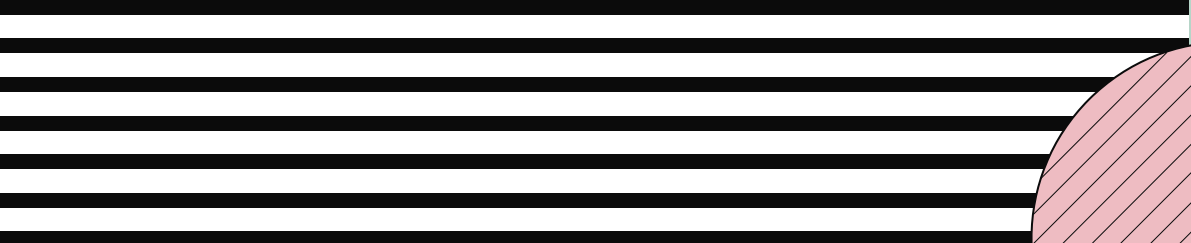
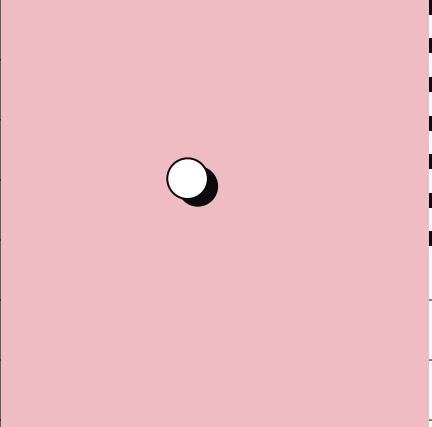




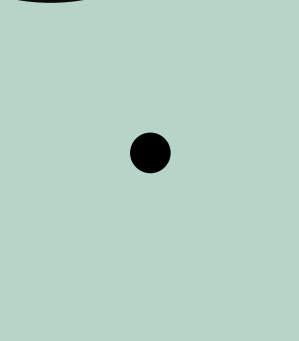
# **Officina matematica: fare geometria con i materiali di Emma Castelnuovo**



**Iprase 2023-24**



**Rettangoli isoperimetrici ed equivalenti.**  
Sperimentazione di Marta Scalfi.



# **Sperimentazione delle attività del corso:**

**Attività sperimentate:**

- **Rettangoli isoperimetrici**
- **Rettangoli equivalenti**

**Tempi:** 8 unità orarie + 1 verifica

**Destinatari:** classe seconda SSPG

## **Prerequisiti:**

- Perimetro e area
- Caratteristiche del rettangolo
- Unità di misura di perimetro e area

# Fasi della sperimentazione:

**1**

## **Rettangoli isoperimetrici**

Costruzione e  
osservazioni

## **Rettangoli equivalenti**

Costruzione e  
osservazioni

**2**

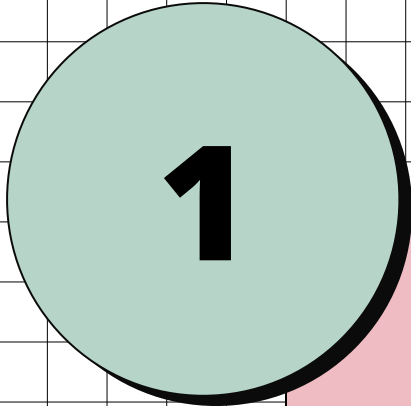
**3**

## **Il cartellone**

Costruzione e  
presentazione del  
cartellone  
riassuntivo

## **Verifica**

**4**



**1**



# **Rettangoli isoperimetrici**

# **1. Quali caratteristiche hanno in comune i rettangoli che posso costruire con questo spago?**



Come proposto al corso mostro uno spago legato con un nodo, con esso costruisco con le dita diversi rettangoli e pongo la domanda sopra.

## Ecco alcune delle prime risposte:

- *Hanno gli angoli retti*
- *Sono rettangoli*
- *Hanno i lati opposti paralleli*
- *...*
- *Hanno il contorno fatto con lo stesso spago*

Si concentrano su quanto sanno sul rettangolo.

**Sono risposte corrette. Preciso: cosa potete dire visto che "hanno il contorno fatto con lo stesso spago" ?**

- *Hanno la stessa area! o lo stesso perimetro?*
- *Il contorno è il perimetro...*
- *Però devono avere anche la stessa area, o no?*

Concordano che "il contorno è il perimetro", quindi hanno uguale perimetro.

**2. Per rispondere all'ultima domanda disegniamo sulla carta centimetrata dei rettangoli con il perimetro di 20cm.**





# Disegno dei rettangoli con perimetro di 20 cm:

**1**

Disegniamo sul foglio di carta centimetrata

**2**

Riportiamo i dati in tabella:  $b$ ,  $h$ ,  $A$

**3**

Disegniamo il grafico

...

**4**

Cosa osserviamo? Ripartiamo dai compiti

# I grafici a libretto:



Qualcuno NON disegna  
il quadrato



# Compito per casa:

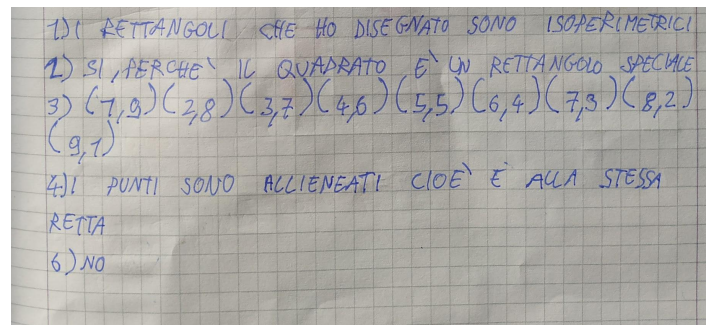
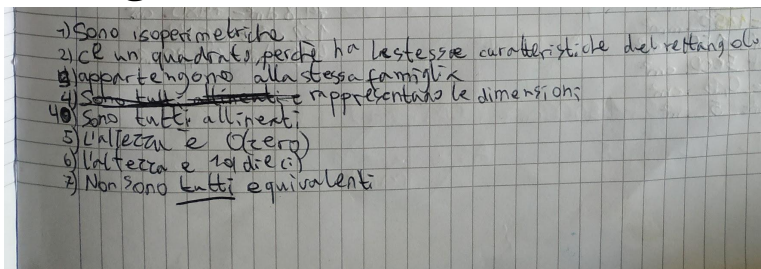
Rispondi alle domande:

- 1) Che caratteristica hanno in comune tutti i rettangoli che hai disegnato?
- 2) Hai disegnato anche un quadrato? Perché?
- 3) Scrivi le coordinate dei punti che hai riportato sul grafico cartesiano. Che collegamento c'è tra queste coordinate e i vari rettangoli?
- 4) Osserva la posizione dei punti. Che caratteristica hanno in comune?
- 5) Se un rettangolo avesse la base di 10cm, quanto misurerebbe la sua altezza?
- 6) I rettangoli che hai disegnato sono tutti equivalenti?

## Compito per casa:

La domanda "Se un rettangolo avesse la base di 10 cm, quanto misurerebbe la sua altezza?" genera perplessità: qualcuno non risponde e qualcuno risponde 0 cm.

Durante la correzione la classe discute questo caso limite che è presente sul grafico..



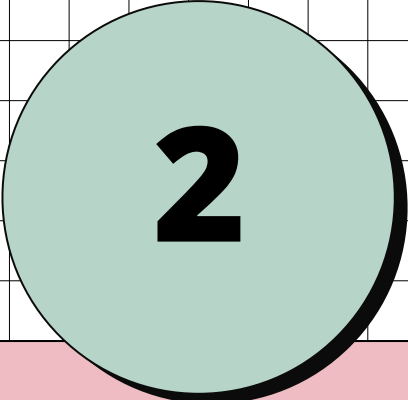
## Dall'analisi delle risposte alle domande ricaviamo:

Il quadrato è un **rettangolo**, ma un rettangolo non è necessariamente un quadrato. In un insieme di rettangoli isoperimetrici il **quadrato** è quello con **l'area massima**

**I rettangoli isoperimetrici non sono tutti equivalenti**

Le dimensioni dei rettangoli isoperimetrici si dispongono sul grafico come una linea retta: ogni punto è un rettangolo -> sono infiniti

Se una dimensione è 10 cm, l'altra è 0 cm, quindi non si costruisce un rettangolo. Questo caso è nel grafico.



**2**



**Rettangoli  
equivalenti**

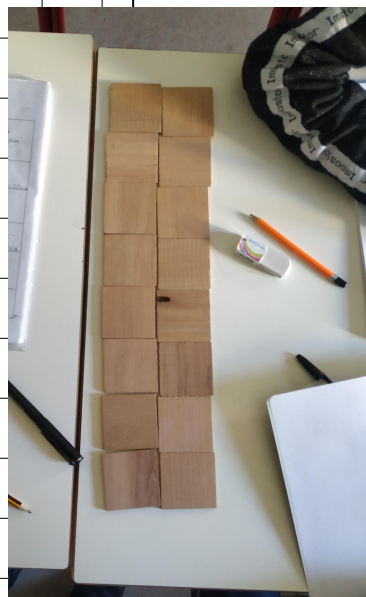
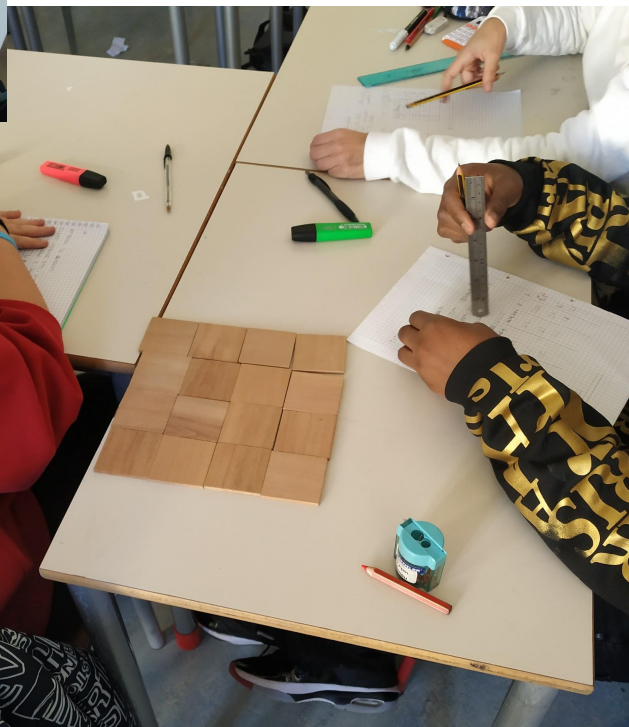
# **Costruiamo dei rettangoli con l'area di 16 tessere quadrate.**

Usiamo delle tessere di legno  
quadrate.





**... il lavoro con le  
tessere risulta  
molto  
coinvolgente!**





## Attività con i rettangoli di area 16 tessere:

**1**

Costruiamo i rettangoli con le tessere

**2**

Disegnamo i rettangoli considerando una tessera  $1\text{cm}^2$

**3**

Costruiamo una tabella e un grafico

**4**

Traiamo le conclusioni

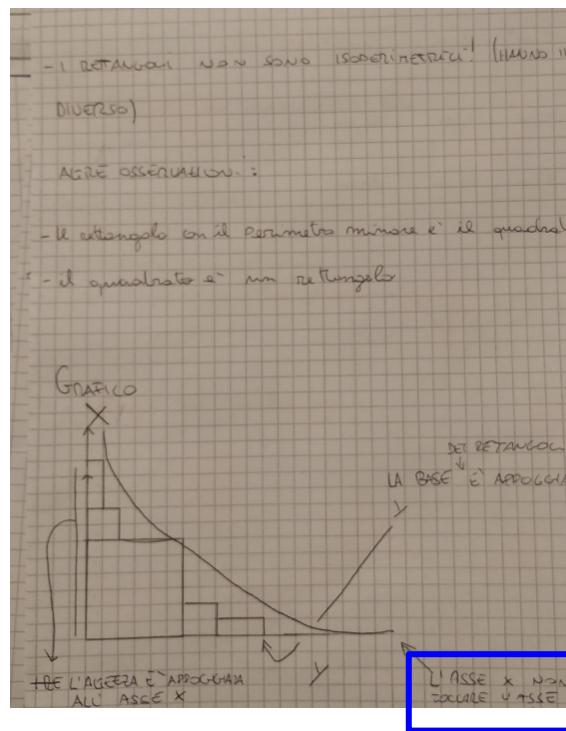
# Alcuni report dei gruppi

I gruppi hanno lavorato bene seguendo i propri stili cognitivi e dando contributi importanti alla lezione. Alcuni esempi:

| b<br>(cm) | h<br>(cm) | P<br>(cm) | Osservazioni                                                |
|-----------|-----------|-----------|-------------------------------------------------------------|
| 1         | 16        | 34        | - I rettangoli equivalenti non sono isoperimetrici          |
| 2         | 8         | 20        | - Più lunghe sono<br>ob o h più grande<br>è il perimetro    |
| 4         | 4         | 16        | - Il quadrato è<br>il rettangolo con<br>il perimetro minore |
| 2         | 8         | 20        |                                                             |
| 1         | 16        | 34        |                                                             |

Il gruppo rileva che se "o la base o l'altezza" sono più lunghe il perimetro è maggiore. Non riesce a parlare di differenza tra i lati ma ne intuisce il ruolo.

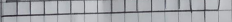
# Alcuni report dei gruppi



Questo gruppo, partendo da un grafico errato e approssimativo ha riflettuto sulla possibilità che la curva toccasse gli assi cartesiani. Il pensiero era stato formulato correttamente, ma verbalizzato male. L'abbiamo ripreso insieme.

| A                 | b      | h     | P     |
|-------------------|--------|-------|-------|
| $16 \text{ cm}^2$ | 1 cm   | 16 cm | 34 cm |
| $16 \text{ cm}^2$ | 2 cm   | 8 cm  | 20 cm |
| $16 \text{ cm}^2$ | 4 cm   | 4 cm  | 16 cm |
| $16 \text{ cm}^2$ | 0.5 cm | 32 cm | 65 cm |

Qualcuno ha superato il modello delle tessere usando i numeri decimali. In questo modo abbiamo potuto riflettere sul numero di rettangoli possibili.

|                                                                                     | b   | h  | P   | A       |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|----|-----|---------|
|  | 4e  | 4e | 16e | $16e^2$ |
|  | 8e  | 2e | 20e | $12e^2$ |
|  | 2e  | 8e | 20e | $16e^2$ |
|  | 16e | 1e | 34e | $16e^2$ |

Il gruppo non ha usato i cm come unità di misura, ma ha generalizzato usando  $l$  e  $l^2$ .

# Cosa osserviamo?



**I rettangoli equivalenti sono infiniti e NON sono isoperimetrici.**



**Il quadrato è il rettangolo con il perimetro minore** del gruppo di rettangoli equivalenti.



Tra i rettangoli equivalenti **se raddoppiamo la base, l'altezza si dimezza** e viceversa.



**Per i rettangoli equivalenti non si può avere una dimensione uguale a 0** perché l'area sarebbe 0 e non  $16 \text{ cm}^2$ .  
Perciò la curva non tocca gli assi.

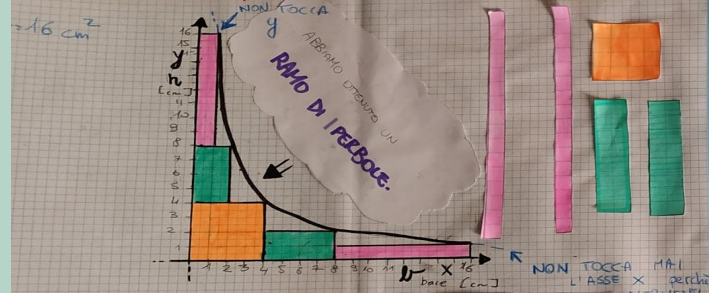


# **Il cartellone**

**3**

# EQUIVALENZA E ISOPERIMETRIA

## RETTANGOLI EQUIVALENTI



## OSSERVAZIONI

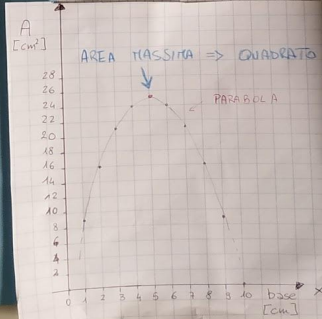
I RETTANGOLI HANNO TUTTA LA STESSA AREA QUINDI SONNO EQUIVALENTI.

I RETTANGOLO NON HANNO LO STESSO PERIMETRO.

IL QUADRATO HA IL PERIMETRO MINORE.

IL QUADRATO È UN RETTANGOLO.

## Rettangoli ~ Isoperimetrici



## OSSERVAZIONI

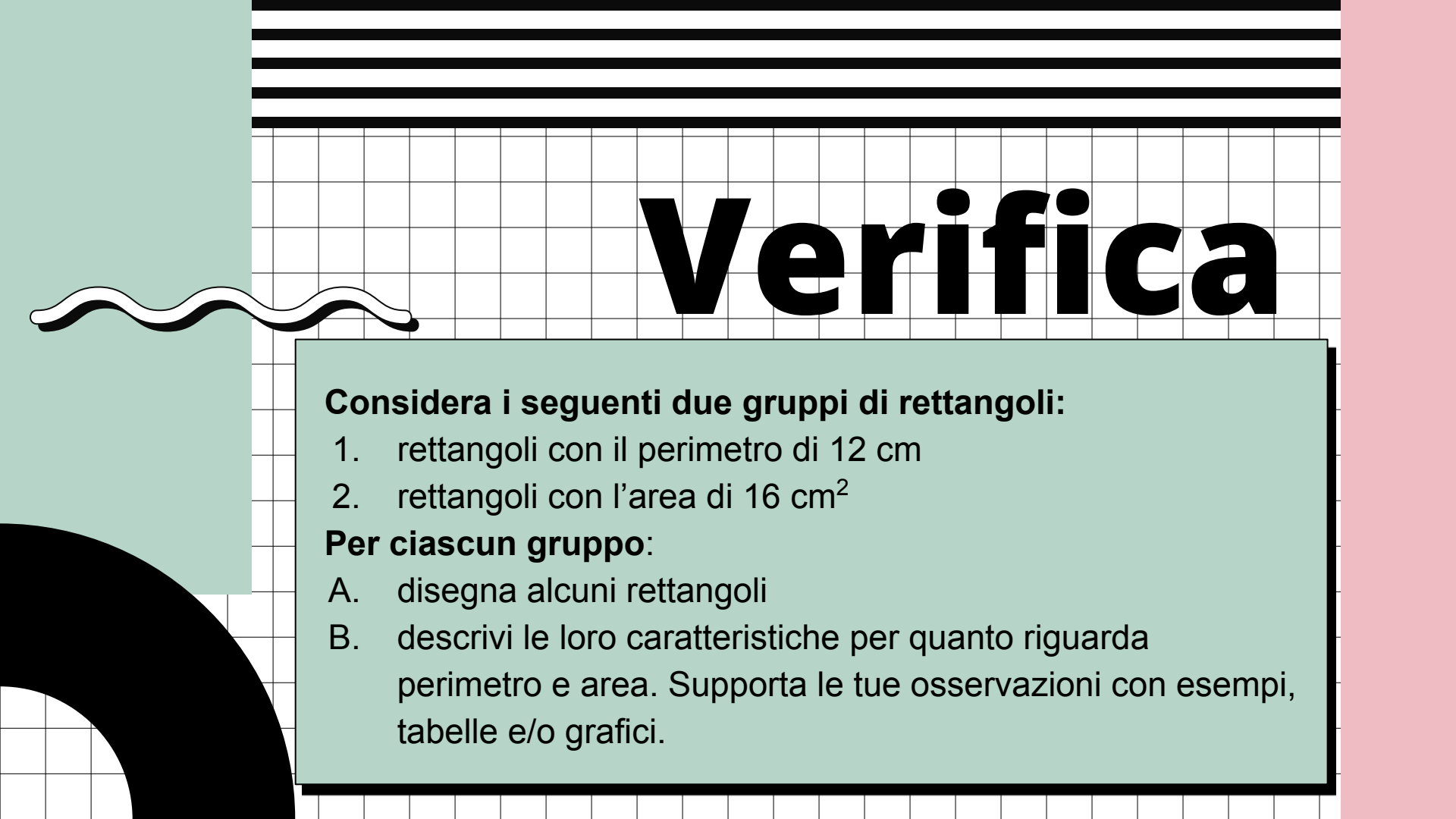
1) I RETTANGOLI SONO ISOPERIMETRICI.

2) ABBIAMO DISEGNATO ANCHE 1 QUADRATO PERCHÉ IL QUADRATO È UN RETTANGOLO.

3) I RETTANGOLI NON SONO EQUIVALENTI IL RETTANGOLO CON L'AREA MAGGIORE È IL QUADRATO.

4) SI POSSONO DISEGNARE INFINITI RETTANGOLI ISOPERIMETRICI (PERCHÉ I NUMERI DECIMALI SONO INFINITI)





# Verifica

**Considera i seguenti due gruppi di rettangoli:**

1. rettangoli con il perimetro di 12 cm
2. rettangoli con l'area di  $16 \text{ cm}^2$

**Per ciascun gruppo:**

- A. disegna alcuni rettangoli
- B. descrivi le loro caratteristiche per quanto riguarda perimetro e area. Supporta le tue osservazioni con esempi, tabelle e/o grafici.



# Bilancio

## Punti di forza

- Il coinvolgimento degli studenti
- Il maneggiare, manipolare oggetti rende le caratteristiche delle figure più chiare e visibili
- Osservare alcune caratteristiche dei grafici (retta, iperbole, parabola) collegate ad un significato osservato/sperimentato.

## Punti di debolezza

- Difficoltà nel passare dall'osservazione alla descrizione di quanto osservato con lessico adeguato
- Tempi: l'attività è stata diluita su più settimane, rendendo necessario riprendere ogni volta quanto fatto in precedenza

Per analizzare il problema dello spago è stato necessario fissare lo spago su una tavoletta.

