

I numeri relativi

I numeri relativi sono i numeri preceduti dal simbolo + (positivi) o dal simbolo - (negativi).

I numeri interi positivi, lo zero e quelli interi negativi costituiscono l'insieme degli interi relativi **Z**.

I numeri razionali positivi, lo zero e quelli razionali negativi costituiscono l'insieme dei razionali relativi **Q**.

Si dice **valore assoluto**, o modulo, di un numero relativo il numero stesso senza il segno e lo si indica racchiudendolo tra due sbarrette: $|-5| = 5$; $|+7| = 7$

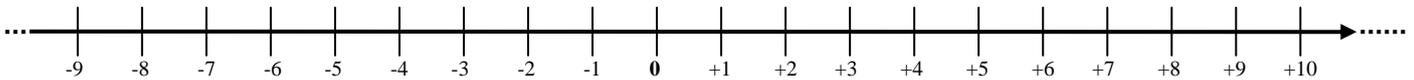
Due numeri relativi con lo stesso segno sono detti **concordi**.

Due numeri relativi con segno diverso sono detti **discordi**.

Due numeri relativi con segno diverso e valore assoluto uguale sono detti **opposti**.

RAPPRESENTAZIONE:

I numeri relativi si possono rappresentare su una retta orientata



Essendo il verso da sinistra a destra se ne deduce che:

- a) Un numero positivo è sempre maggiore di un numero negativo $+5 > -7$
- b) Un numero positivo è maggiore se è maggiore il suo valore assoluto $+5 > +3$
- c) Un numero negativo è maggiore se è minore il suo valore assoluto $-5 > -7$
- d) Lo zero è maggiore di tutti i numeri negativi e minore di tutti quelli positivi $+5 > 0$
 $0 > -3$

OPERAZIONI:

- 1) **Somma algebrica di numeri relativi:** Sotto il nome di somma algebrica si comprendono sia l'operazione di addizione che quella di sottrazione di numeri relativi (in questo caso il segno davanti al numero non è il simbolo della operazione, ma il segno del numero stesso).

$$\left. \begin{array}{l} +6 + 3 = +9 \\ -6 - 3 = -9 \end{array} \right\} \text{ somma di numeri concordi = somma dei valori assoluti e segno concorde a quelli dati}$$
$$\left. \begin{array}{l} +6 - 3 = +3 \\ -6 + 3 = -3 \end{array} \right\} \text{ somma di numeri discordi = differenza dei valori assoluti e segno del numero maggiore in valore assoluto}$$

Se i numeri relativi sono tra parentesi, questa si deve eliminare conservando il segno del risultato se davanti c'è il segno + e cambiandolo se davanti c'è il segno - (in questi casi si parlerà di addizione o sottrazione di numeri relativi).

ESEMPIO: $(3 - 5 - 4 + 2) + (-1 + 12 + 4 - 8) - (4 - 2 - 11 + 6) = (-4) + (+7) - (-3) =$

$$-4 + 7 + 3 = +6$$

oppure $(3 - 5 - 4 + 2) + (-1 + 12 + 4 - 8) - (4 - 2 - 11 + 6) =$

$$3 - 5 - 4 - 2 - 1 + 12 + 4 - 8 - 4 + 2 + 11 - 6 = +34 - 28 = +6$$

- 2) **Prodotto di due numeri relativi:**

$$\left. \begin{array}{l} (+6) \cdot (+3) = +18 \\ (-6) \cdot (-3) = +18 \end{array} \right\} \text{ prodotto di numeri concordi = prodotto dei valori assoluti e segno sempre positivo}$$
$$\left. \begin{array}{l} (+6) \cdot (-3) = -18 \\ (-6) \cdot (+3) = -18 \end{array} \right\} \text{ prodotto di numeri discordi = prodotto dei valori assoluti e segno sempre negativo}$$

ESEMPIO: $(-3) \cdot (-5) + (+2) \cdot (-4) - (+1) \cdot (+8) = +15 + (-8) - (+8) = +15 - 8 - 8 = -1$

3) **Quoziente di due numeri relativi:**

$$\left. \begin{array}{l} (+6) : (+3) = +2 \\ (-6) : (-3) = +2 \end{array} \right\} \text{ quoziente di numeri concordi = quoziente dei valori assoluti e segno sempre positivo}$$

$$\left. \begin{array}{l} (+6) : (-3) = -2 \\ (-6) : (+3) = -2 \end{array} \right\} \text{ quoziente di numeri discordi = quoziente dei valori assoluti e segno sempre negativo}$$

ESEMPI: $(+15) : (-5) = -3$ $(-9) : (-4) = +\frac{9}{4}$ $\left(-\frac{3}{4}\right) : \left(+\frac{9}{10}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right) : \left(+\frac{10}{9}\right) = -\frac{5}{6}$

4) **Elevamento a potenza di numeri relativi:**

$$\left. \begin{array}{l} (+5)^2 = +25 \\ (-5)^2 = +25 \end{array} \right\} \text{ potenza con esponente pari ha risultato sempre positivo}$$

$$\left. \begin{array}{l} (+5)^3 = +125 \\ (-5)^3 = -125 \end{array} \right\} \text{ potenza con esponente dispari ha risultato che conserva il segno}$$

ESEMPIO: $(-3)^2 + (-2)^3 + (+5)^2 + (+3)^3 = +9 - 8 + 25 + 27 = +53$

Se l'esponente è negativo la sua potenza è uguale all'inverso del numero elevato allo stesso

esponente questa volta positivo: $(-3)^{-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

ESPRESSIONI:

Nelle espressioni con i numeri relativi valgono tutte le regole applicate alle altre espressioni e cioè:

- 1) In una espressione senza parentesi: a) prima si svolgono le potenze; b) poi si eseguono le moltiplicazioni e le divisioni nell'ordine in cui si trovano; c) poi si eseguono le addizioni e le sottrazioni nell'ordine in cui si trovano.
- 2) In una espressione con le parentesi, $\{[()]\}$, si eseguono prima le operazioni dentro le parentesi più interne (prima quelle interne alle parentesi tonde, poi le interne alle quadre, e infine le interne alle graffe), rispettando in esse le regole del punto precedente.
- 3) Una volta eseguite tutte le operazioni all'interno di una parentesi questa si deve eliminare.

Inoltre potremo aggiungere che:

- Nel caso si incontrino, nell'operazione di somma algebrica, due numeri opposti si possono semplificare (eliminare entrambi).
- Una volta eseguite tutte le operazioni all'interno di una parentesi questa si deve eliminare conservando il segno del risultato se davanti ad essa c'è il segno + e cambiandolo se davanti c'è il segno -.
- La regola precedente vale anche, per ogni addendo, nel caso in cui all'interno della parentesi ci sia solo una somma algebrica [ESEMPIO: $5 - (+2 - 7 + 4) + (-3 + 5) = 5 - 2 + 7 - 4 - 3 + 5 = \dots\dots\dots$].

ESERCIZI

1) $+5 - 7 - 2 + 6 - 3 =$

2) $\left(\frac{8}{3} - \frac{5}{6} - 2\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{7}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3} - 1\right) =$

3) $\left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(+\frac{8}{3}\right) \cdot \left(-\frac{9}{10}\right) =$

$$4) \left(-\frac{10}{9}\right) : \left(\frac{16}{27}\right) : \left(+\frac{6}{4}\right) =$$

$$5) \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right)\right] : \left[\frac{3}{8} + \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] =$$

$$6) \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3^2}{2}\right) : \left(-\frac{6}{5}\right)^2 =$$

$$7) \left(+\frac{5}{3}\right)^3 - \left(+\frac{3}{7}\right)^{-2} =$$

$$8) \left\{ \left[\left(\frac{4}{9} - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \right] : \left(-\frac{17}{27}\right) + \frac{3}{4} \right\}^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$$

$$9) \left\{ \left[-3 + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \right] : \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{9}{32} \right\} : \left\{ -\frac{3}{4} - 2 \cdot \left[-\frac{4}{5} + \frac{1}{10} : \left(-\frac{1}{3}\right) \right] \right\} + \left[\left(2 - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{2} - 4 \right] : \left[-\frac{6}{5} : \left(-\frac{6}{5} + 1\right) + 23 \right] =$$

Risultati: -1 ; $-\frac{17}{12}$; $+2$; $-\frac{5}{4}$; $+\frac{4}{5}$; $+\frac{25}{27}$; $-\frac{22}{27}$; $-\frac{1}{54}$; $+3$